Математика
Преподаватель Брезгина О.Ю.
Email: brezgina@vemst.ru

Задание для 1 курса
Группа ЭП-121

Работа выполняется **в тетради**. Фото или скан отправить на email преподавателя **brezgina@vemst.ru** **не позднее 28 мая 2020 года.** Не забудьте подписать работу.

Тема урока «Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора»

1. Прочитать параграф 1 «Координаты точки и координаты вектора» п.46 Прямоугольная система координат в пространстве

§ 1 Координаты точки и координаты вектора

46 Прямоугольная система координат в пространстве

Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждой из них выбрано направление (оно обозначается стрелкой) и выбрана единица измерения отрезков*, то говорят, что задана **прямоугольная система координат** в пространстве (рис. 121). Прямые с выбранными на них направлениями называются **осями координат**, а их общая точка — **началом координат**. Она обозначается обычно буквой O. Оси координат обозначаются так: Ox, Oy, Oz — и имеют названия: ось абсцисс, ось ординат, ось аппликат. Вся система координат обозначается $Oxyz$. Плоскости, проходящие соответственно через оси координат Ox и Oy, Oy и Oz, Oz и Ox, называются **координатными плоскостями** и обозначаются Oxy, Oyz, Ozx.



Рис. 121

Точка O разделяет каждую из осей координат на два луча. Луч, направление которого совпадает с направлением оси, называется **положительной полуосью**, а другой луч — **отрицательной полуосью**.

В прямоугольной системе координат каждой точке M пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются ее **координатами**. Они определяются аналогично координатам точек на плоскости. Проведем через точку M три плоскости, перпендикулярные к осям координат, и обозначим через M_1, M_2 и M_3 точки пересечения этих плоскостей соответственно с осями абсцисс, ординат и аппликат (рис. 122). Первая координата точки M (она называется **абсциссой** и обозначается обычно буквой x) определяется так: $x = OM_1$, если M_1 — точка положительной полуоси; $x = -OM_1$, если M_1 — точка отрицательной полуоси; $x = 0$, если M_1 совпадает с точкой O. Аналогично с помощью точки M_2 определяется вторая координата (**ордината**) y точки M,

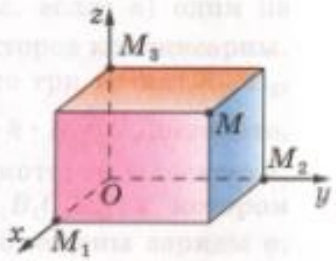


Рис. 122

* Напомним, что при выбранной единице измерения отрезков длина каждого отрезка выражается положительным числом. В данной главе под длиной отрезка подразумевается это число.

а с помощью точки M_3 — третья координата (аппликата) z точки M. Координаты точки M записываются в скобках после обозначения точки: $M(x; y; z)$, причем первой указывают абсциссу, второй — ординату, третьей — аппликату. На рисунке 123 изображены шесть точек $A(9; 5; 10)$, $B(4; -3; 6)$, $C(9; 0; 0)$, $D(4; 0; 5)$, $E(0; 3; 0)$, $F(0; 0; -3)$.

Если точка $M(x; y; z)$ лежит на координатной плоскости или на оси координат, то некоторые ее координаты равны нулю. Так, если $M \in Oxy$, то аппликата точки M равна нулю: $z = 0$. Аналогично если $M \in Oxz$, то $y = 0$, а если $M \in Oyz$, то $x = 0$. Если $M \in Ox$, то ордината и аппликата точки M равны нулю: $y = 0$ и $z = 0$ (например, у точки C на рисунке 123). Если $M \in Oy$, то $x = 0$ и $z = 0$; если $M \in Oz$, то $x = 0$ и $y = 0$. Все три координаты начала координат равны нулю: $O(0; 0; 0)$.

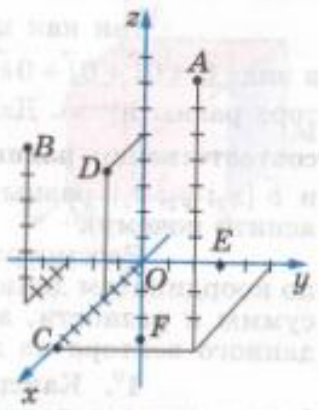


Рис. 123

2. Выполнить задание

1) Выписать в тетрадь:

- определения (оси координат, начало координат, координатные плоскости);
- рис.121
- координаты точки
- рис.122

2) Разобрать рис.123 (описание к рис.123 рядом на этой же странице)

3) Решить задачи:

№ 1

Даны точки $A(3; -1; 0)$, $B(0; 0; -7)$, $C(2; 0; 0)$, $D(-4; 0; 3)$, $E(0; -1; 0)$, $F(1; 2; 3)$, $G(0; 5; -7)$, $H(-\sqrt{5}; \sqrt{3}; 0)$. Какие из этих точек лежат на: а) оси абсцисс; б) оси ординат; в) оси аппликат; г) плоскости Oxy; д) плоскости Oyz; е) плоскости Oxz?

№ 2

Даны координаты четырех вершин куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$: $A(0; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $D(0; 1; 0)$ и $A_1(1; 0; 0)$. Найдите координаты остальных вершин куба.

Выполнить чертёж.

п. 47 Координаты вектора

1) Прочитать п.47 и выписать в тетрадь:

- определения (единичный вектор, координатные векторы)
- разложение вектора (формула)
- разложение нулевого вектора
- координаты равных векторов

47 Координаты вектора

Зададим в пространстве прямоугольную систему координат $Oxyz$. На каждой из положительных полуосей отложим от начала координат **единичный вектор**, т. е. вектор, длина которого равна единице. Обозначим через $\vec{i}$ единичный вектор оси абсцисс, через $\vec{j}$ — единичный вектор оси ординат и через $\vec{k}$ — единичный вектор оси аппликат (рис. 124). Векторы $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ назовем **координатными векторами**. Очевидно, эти векторы не компланарны. Поэтому **любой вектор $\vec{a}$ можно разложить по координатным векторам, т. е. представить в виде**

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

причем коэффициенты разложения x, y, z определяются единственным образом.

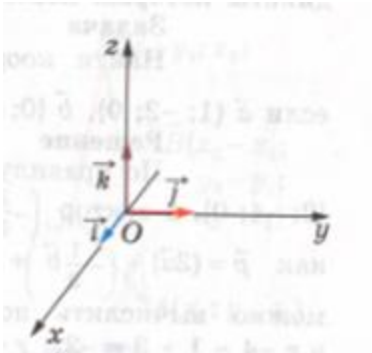


Рис. 124

Коэффициенты x, y и z в разложении вектора $\vec{a}$ по координатным векторам называются **координатами вектора $\vec{a}$ в данной системе координат.** Координаты вектора $\vec{a}$ будем записывать в фигурных скобках после обозначения вектора: $\vec{a}\{x; y; z\}$. На рисунке 125 изображен прямоугольный параллелепипед, имеющий следующие измерения: $OA_1 = 2$, $OA_2 = 2$, $OA_3 = 4$. Координаты векторов, изображенных на этом рисунке, таковы: $\vec{a}\{2; 2; 4\}$, $\vec{b}\{2; 2; -1\}$, $\overrightarrow{A_3A}\{2; 2; 0\}$, $\vec{i}\{1; 0; 0\}$, $\vec{j}\{0; 1; 0\}$, $\vec{k}\{0; 0; 1\}$.

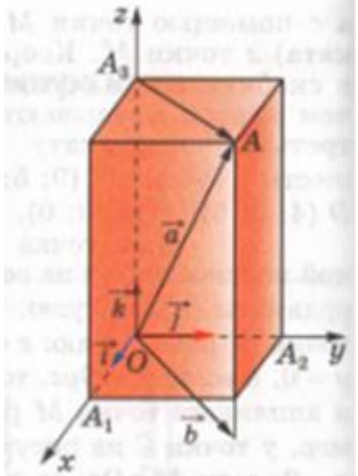


Рис. 125

Так как нулевой вектор можно представить в виде $\vec{0} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$, то все координаты нулевого вектора равны нулю. Далее, координаты равных векторов соответственно равны, т. е. если векторы $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ равны, то $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$ и $z_1 = z_2$ (объясните почему).

2) Решить задачи

№ 3

Запишите координаты векторов: $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j}$, $\vec{d} = \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{m} = \vec{k} - \vec{i}$, $\vec{n} = 0{,}7\vec{k}$.

№ 4

Даны векторы $\vec{a}\{5; -1; 2\}$, $\vec{b}\{-3; -1; 0\}$, $\vec{c}\{0; -1; 0\}$, $\vec{d}\{0; 0; 0\}$. Запишите разложения этих векторов по координатным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

3) Выписать в тетрадь правила нахождения суммы и разности векторов, произведение вектора на число

Рассмотрим правила, которые позволяют по координатам данных векторов найти координаты их суммы и разности, а также координаты произведения данного вектора на данное число.

1^0. Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов. Другими словами, если $\vec{a}\ \{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\ \{x_2; y_2; z_2\}$ — данные векторы, то вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$.

2^0. Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов. Другими словами, если $\vec{a}\ \{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\ \{x_2; y_2; z_2\}$ — данные векторы, то вектор $\vec{a} - \vec{b}$ имеет координаты $\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$.

3^0. Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число. Другими словами, если $\vec{a}\ \{x; y; z\}$ — данный вектор, α — данное число, то вектор $\alpha\vec{a}$ имеет координаты $\{\alpha x; \alpha y; \alpha z\}$.

Утверждения 1^0—3^0 доказываются точно так же, как и для векторов на плоскости.

Рассмотренные правила позволяют находить координаты любого вектора, представленного в виде алгебраической суммы данных векторов, координаты которых известны. Рассмотрим пример.

4) Записать решение задачи в тетрадь.

Рассмотренные правила позволяют находить координаты любого вектора, представленного в виде алгебраической суммы данных векторов, координаты которых известны. Рассмотрим пример.

Задача

Найти координаты вектора $\vec{p} = 2\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \vec{c}$, если $\vec{a}\ \{1; -2; 0\}$, $\vec{b}\ \{0; 3; -6\}$, $\vec{c}\ \{-2; 3; 1\}$.

Решение

По правилу 3^0 вектор $2\vec{a}$ имеет координаты $\{2; -4; 0\}$, а вектор $\left(-\frac{1}{3}\vec{b}\right)$ — координаты $\{0; -1; 2\}$. Так как $\vec{p} = (2\vec{a}) + \left(-\frac{1}{3}\vec{b}\right) + \vec{c}$, то его координаты $\{x; y; z\}$ можно вычислить по правилу 1^0: $x = 2 + 0 - 2 = 0$, $y = -4 - 1 + 3 = -2$, $z = 0 + 2 + 1 = 3$. Итак, вектор $\vec{p}$ имеет координаты $\{0; -2; 3\}$.

5) Решить задачи

№ 5

Даны векторы $\vec{a}\ \{3; -5; 2\}$, $\vec{b}\ \{0; 7; -1\}$, $\vec{c}\left\{\frac{2}{3}; 0; 0\right\}$ и $\vec{d}\ \{-2{,}7; 3{,}1; 0{,}5\}$.

Найдите координаты векторов

$1)\vec{a}+\vec{b}$

$2)\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}$

№ 6

Даны векторы $\vec{a}\ \{5; -1; 1\}$, $\vec{b}\ \{-2; 1; 0\}$, $\vec{c}\ \{0; 0{,}2; 0\}$ $\vec{d}\left\{-\frac{1}{3}; 2\frac{2}{5}; -\frac{1}{7}\right\}$.

Найдите координаты векторов

1) $\vec{a}-\vec{b};$

3) $\vec{a}-\vec{b}-\vec{c};$

2) $\vec{a}-\vec{b}+\vec{c};$

4) $-\frac{1}{3}\vec{d};$

№ 7

Даны векторы $\vec{a}\ \{-1; 1; 1\}$, $\vec{b}\ \{0; 2; -2\}$, $\vec{c}\ \{-3; 2; 0\}$ и $\vec{d}\ \{-2; 1; -2\}$

Найдите координаты вектора

$(2\vec{a}+3\vec{b})-(\vec{a}-2\vec{b})+2(\vec{a}-\vec{b}).$

Критерии оценивания

«5» - выполнены все записи и верно решены № 1,№ 2,№ 3, №4, №5,№6,№7

«4» - выполнены все записи и верно решены № 1,№ 2,№ 3, №4, №5,№6

«3» - выполнены все записи и верно решены № 1,№ 2,№ 3, №4, №5